

# Hajdú–Bihar megyei középiskolások matematika versenye, 2018/2019

## – 10. évfolyam –

---

### 1. feladat, csak I. kategória

Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$|x + 1| + |x - 3| = 8$$

8 pont

### 2. feladat, I. és II. kategória

Egy kétjegyű (pozitív egész) szám és a számjegyeinek felcserélésével kapott szám összege négyzetszám. Melyek az ilyen tulajdonságú kétjegyű számok?

8 pont

### 3. feladat, I. II. és III. kategória

Igaz-e, hogy hét négyzetszám között mindig van két olyan, amelyek különbsége osztható tízzel?

10 pont

### 4. feladat, I. II. és III. kategória

Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 6 és 8. Egy háromszög oldalainak hossza megegyezik az előbbi derékszögű háromszög súlyvonalainak hosszával. Mennyi e háromszög legrövidebb magasságának hossza?

10 pont

### 5. feladat, I. II. és III. kategória

Adott 2019 darab (különböző) pozitív egész szám:  $a_1, a_2, \dots, a_{2019}$ . Ugyanezek a számok más sorrendben felírva  $b_1, b_2, \dots, b_{2019}$ .

Bizonyítsa be, hogy  $(a_1 - b_1)(a_2 - b_2) \dots (a_{2019} - b_{2019})$  osztható 2-vel!

10 pont

### 6. feladat, II. és III. kategória

Bizonyítsa be, hogy ha egy hegyes szögű háromszög oldalai különböző hosszúak, akkor a három oldalfelező pontja és bármelyik magasságvonalának a talppontja egy szimmetrikus trapéz négy csúcspontja.

12 pont

### 7. feladat, csak III. kategória

Lehet-e 2018 darab különböző pozitív egész szám reciprokainak összege 1?

12 pont